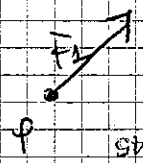
ALGEBRA LINEARE

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

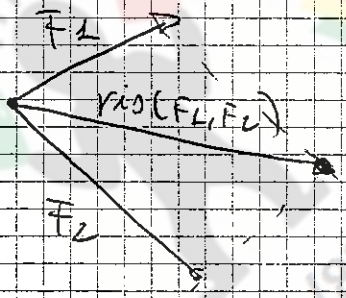
È lo studio di SPAZI VETTORIALI
(che sono una-)
STRUTTURA ALGEBRICA: Un insieme A dotato di certe operazioni.

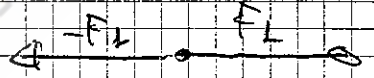
- FORZE e VETTORI (applicate in un punto P del piano) (1-5) 1/2



MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

VETTORE = freccia caratterizzata da:
1. PUNTO DI APPLICAZIONE
2. DIREZIONE
3. VERSO
4. INTENSITÀ o MODULO o LUNGHEZZA.





Proprietà

1. $ris(F_1,F_2) = ris(F_2,F_1)$
2. $ris(F_1, ris(F_2,F_3)) = ris(ris(F_1,F_2),F_3)$
3. $ris(0,F_1) = F_1$

Proprietà

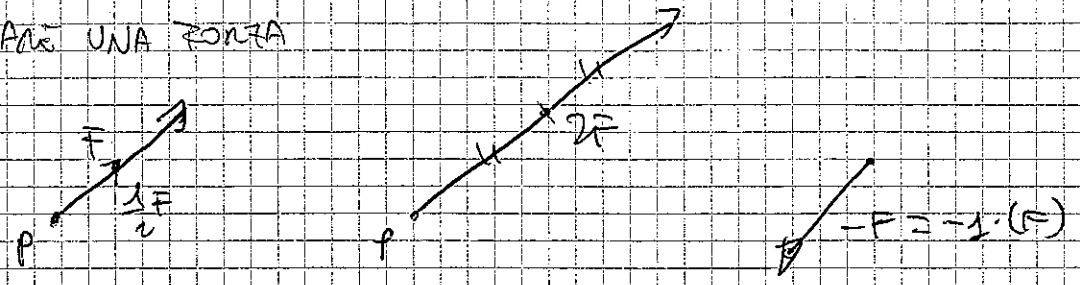
4. $ris(F_1,-F_1) = 0$

Se le forze hanno:
- stessa intensità
- stessa direzione
- verso opposto,

↓

si produce la forza nulla

• SCALARE UNA FORZA



$\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ e $\forall F_1, F_2 \in \mathcal{F}$

① $(\lambda_1 \cdot \lambda_2) F_1 = \lambda_1 (\lambda_2 F_1)$

② $(\lambda_1 + \lambda_2) F_1 = \lambda_1 F_1 + \lambda_2 F_2$

③ $\lambda (F_1 + F_2) = \lambda F_1 + \lambda F_2$

④ $\lambda \cdot 0 = 0 F = 0$

Forza nulla — coeff. nullo — forza nulla

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 333 9

→ OPERAZIONI

• $: \mathbb{R} \times \mathcal{F} \to \mathcal{F}$

$(\lambda, F) \mapsto \lambda F$

INPUT — OUTPUT

NB: Un'operazione è una FUNZIONE BINARIA

INTERNA — ESTERNA

Se gli operatori sono tutti nello stesso insieme — Se gli operatori stanno in insiemi diversi

$(\mathbb{R}, +)$ → coppia (insieme + operazione (somma))

NO NO NO NO NO NO NO NO NO NO NO NO

- TRASFORMAZIONI RIGIDE NEL PIANO ($\mathbb{E}-n$) $\mathbb{R}^2$

↓

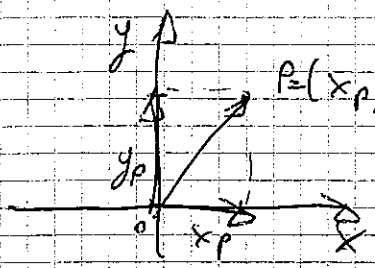
Che distanze reciproche dei punti non vanno alterate

↓

TRASLAZIONI — OMOTETIE — ROTAZIONI

- TRASLAZIONI (RIGIDA)

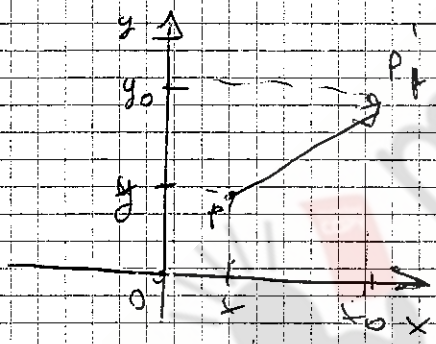
- PIANO CARTESIANO: $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \left\{ (x,y) \;\middle|\; \begin{matrix} x \in \mathbb{R} \\ y \in \mathbb{R} \end{matrix} \right\}$ PROD. CARTESIANO TRA R E R



→ posso identificarla anche con un vettore.

La traslazione è identificata dal vettore da cui traslo, ossia la traslazione.

Nel momento in cui assegno il vettore da cui traslo, assegno la traslazione.



$P' = (x', y')$

$x' = x + x_0$

$y' = y + y_0$

$\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PP'}$

MASTER COPY
Tel. 050-8312126
Cell. 388-9837745

P COME VETTORE $\boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}} \rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$

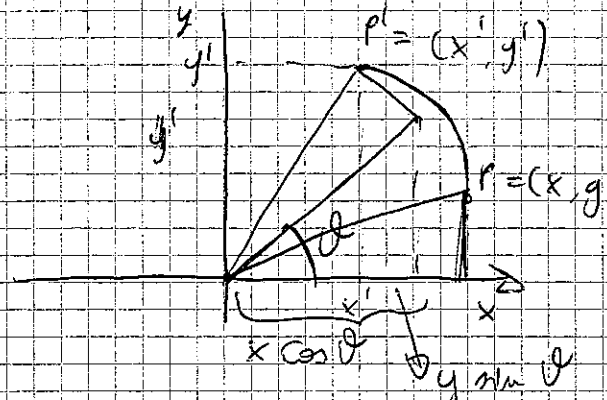
La traslazione di vettore applicata operazione

$$\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} z \\ w \end{pmatrix} \right) \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z \\ w \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} x+z \\ y+w \end{pmatrix}$$

$$+ : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

Si verifica che tale somma gode delle proprietà della somma tra numeri reali.

- ROTAZIONI (RIGIDE)



$$x' = f(x, y, \theta)$$
$$y' = f(x, y, \theta)$$

$$\begin{cases} x' = \cos\theta\, x - \sin\theta\, y \\ y' = \sin\theta\, x + \cos\theta\, y \end{cases}$$

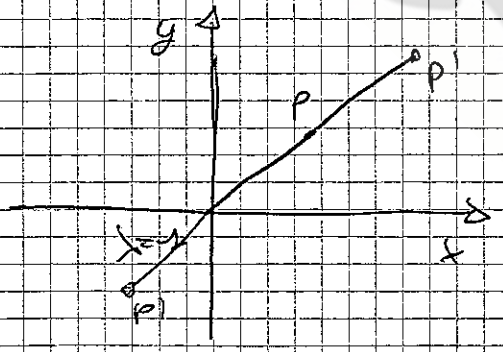
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\in O(2)$$

MASTER COP
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837145

- OMOTETIE (NON RIGIDE)



OMOTETIA di centro O e RAPPORTO λ, $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$OP' = \lambda OP$$

(È come se avessi fatto uno)

- λ negativo $\Rightarrow$ il punto va dall'altra parte

- $\cdot : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$

- $\lambda \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \lambda x \\ \lambda y \end{pmatrix}$

- MOLTIPLICARE MATRICI 2×2

$$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \qquad M_2(\mathbb{R})=\{\text{mat. } 2\times 2 \text{ a entrate in } \mathbb{R}\}$$

$\cdot : M_2(\mathbb{R}) \times M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$

$$(A,B) \to AB = \left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} \middle| \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ t \end{pmatrix} \right)$$

$$= \begin{pmatrix} ax+bz & ay+bt \\ cx+dz & cy+dt \end{pmatrix} \quad \text{MATRICE PRODOTTO}$$

NO NO NO NO NO NO NO NO NO NO NO NO NO NO

RISOLVERE DI SISTEMI LINEARI (11-14)

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} a & b \\ a' & b' \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ c' \end{pmatrix}$$

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ a' & b' \end{pmatrix}$ = MATRICE DEI COEFFICIENTI

$\underline{c} = \begin{pmatrix} c \\ c' \end{pmatrix}$ = VETTORE DEI TERMINI NOTI.

$\left(\begin{array}{cc|c} a & b & c \\ a' & b' & c' \end{array}\right)$ = MATRICE COMPLETA DEL SISTEMA

S = INSIEME SOLUZIONE =
- $\emptyset$ ⇒ vuoto
- 1 sol. ⇒ rette intersecano in un punto
- ∞ sol. ⇒ rette coincidenti

per capire se sono, basta guardare le coeff. angolari $\left[-\frac{a}{b}\right]$ delle matrici complete e vedere se proporzionali.

NO NO NO NO NO NO NO NO NO NO NO NO NO NO

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9887745